Формулы кинематики для вращательного движения

И. К. Белкин, *Квант*[1], 1983, № 11, 25–26.

Для описания движения материальной точки или поступательного движения твердого тела, как известно, пользуются следующими кинематическими величинами: перемещением $\vec{s}$, скоростью $\vec{v}$ и ускорением $\vec{a}$. Сами они и их проекции на оси координат связаны между собой кинематическими формулами. Так, для прямолинейного равномерного движения перемещение от времени зависит так:

$$\vec{s} = \vec{v}t, \quad \text{или} \quad s_x = v_x t,$$

где t — время, отсчитываемое от некоторого начального момента. При прямолинейном равноускоренном движении с начальной скоростью $\vec{v}_0$ формулы кинематики имеют вид:

$$\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a}t,$$
$$\vec{s} = \vec{v}_0 t + \frac{\vec{a}t^2}{2},$$

или

$$v_x = v_{0x} + a_x t,$$
$$s_x = v_{0x} t + \frac{a_x t^2}{2},$$
$$v_x^2 - v_{0x}^2 = 2a_x s_x.$$

Но при вращательном движении тела величинами $\vec{s}$, $\vec{v}$ и $\vec{a}$ пользоваться неудобно, так как различные точки тела за один и тот же промежуток времени совершают разные перемещения и движутся с различными скоростями и ускорениями. Поэтому для описания вращательного движения вводятся специальные, так называемые *угловые величины*: угол поворота φ, угловая скорость ω (о них говорится в учебнике «Физика 8») и угловое ускорение $\alpha = (\omega - \omega_0)/\Delta t = \Delta\omega/\Delta t$ (о нем в учебнике не говорится). Для различных точек вращающегося тела они одинаковы.

Угловые величины связаны с величинами $\vec{s}$, $\vec{v}$ и $\vec{a}$, которые, в отличие от угловых, называют *линейными*, простыми соотношениями:

$$s = r\varphi,$$
$$v = r\omega,$$
$$a = r\alpha.$$

Здесь s — модуль перемещения данной точки тела (при малых перемещениях s — это длина дуги), r — радиус окружности, по которой она движется, v — модуль скорости точки, a — модуль касательной проекции ускорения[2].

Из-за такой простой связи угловых и линейных величин кинематические формулы для вращательного движения во всем подобны кинематическим формулам, приведенным выше.

Если происходит равномерное вращение тела (угловая скорость постоянна), то зависимость угла поворота φ от времени имеет вид:

$$\varphi = \omega t.$$

При равноускоренном вращении угловая скорость ω изменяется со временем по формуле

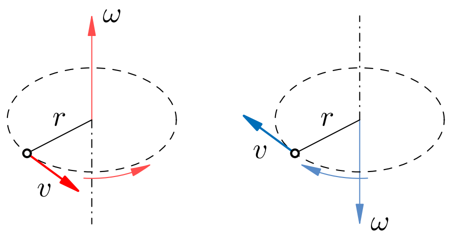
$$\omega = \omega_0 + \alpha t,$$

где ω_0 — начальная угловая скорость. Зависимость угла поворота от времени выражается формулой:

$$\varphi = \omega_0 t + \frac{\alpha t^2}{2}.$$

[1] «Квант» — научно-популярный физико-математический журнал.

[2] При движении точки по окружности вектор ускорения может иметь две проекции: на направление к центру окружности (центростремительное ускорение) и на направление касательной к окружности (касательная проекция, представляющая собой быстроту изменения модуля скорости точки).



а) *б)*

Рис. 1.

Точно так же между углом поворота и угловой скоростью существует связь:

$$\omega^2 - \omega_0^2 = 2\alpha\varphi.$$

Вообще любая формула кинематики вращательного движения тела получается из соответствующей формулы кинематики точки (или поступательного движения тела) простой заменой линейной величины соответствующей угловой.

В заключение отметим (в учебнике «Физика 8» об этом не говорится), что величины φ, ω и α тоже считаются векторными. (Нужно же отличать повороты или вращения *по* часовой стрелке от поворотов или вращений *против* часовой стрелки!) Принимается, что векторы угловых величин направлены вдоль оси вращения тела по правилу правого винта: если мысленно вращать правый винт так, как вращается тело, то направление поступательного движения винта укажет направление соответствующего вектора (см. рис. 1). Правда, для углового ускорения это правило несколько усложняется: вектор ускорения совпадает по направлению с направлением движения винта, если угловая скорость возрастает по модулю, и направлен в противоположную сторону, если угловая скорость уменьшается.