Траектория, путь, перемещение

И. К. Белкин, *Квант*[1], 1984, № 9, 19, 20.

Три слова в заглавии этой заметки связаны с движением тел (материальных точек). Первые два широко употребляются в житейском обиходе, третьим пользуются, главным образом, в науке о движении тел — механике.

Траектория — это непрерывная линия, которую описывает движущаяся точка. Она может быть прямой линией. О теле (материальной точке), движущемся по такой троектории, говорят, что оно совершает прямолинейное движение. Траектория может представлять собой и кривую линию любой формы. Тело, движущееся по такой траектории, совершает криволинейное движение. Например, траектория свободно падающего тела по отношению к Земле (если пренебречь ее вращением) — вертикальная прямая, а траектория искусственного спутника Земли — кривая (окружность или эллипс).

Если траектория известна заранее, то задачей механики может быть, скажем, определение точки на траектории, где находится движущееся тело в тот или иной момент времени. Траектория может быть и неизвестной, тогда задача состоит в том, чтобы найти вид траектории. Законы движения позволяют решать и ту, и другую задачи.

Путь, пройденный телом (материальной точкой), — это длина его траектории (измеренная в метрах, километрах и т. д.). Его можно определить, например, по счетчику километров в автомобиле.

Для решения задач механики знать пройденный путь обычно недостаточно и вот почему. Явление движения тела состоит в том, что с течением времени изменяются координаты тела. Путь же с изменением координат связан не всегда. Может даже случиться и так, что пройденный путь не равен нулю, а изменение координат равно нулю (тело прошло по замкнутой траектории). Вот поэтому путь, как правило, в уравнения механики не входит.

Для описания движения тела (точки) в механике (точнее, в кинематике) используется другая физическая величина — *перемещение.* Напомним, что перемещение — это направленный отрезок прямой (вектор), соединяющий некоторое начальное положение движущейся точки с каким-то последующим ее положением («Физика 8», § 3). Важность для механики именно этой величины вытекает из того, что *проекции* вектора перемещения на оси координат равны изменениям соответствующих координат («Физика 8», § 5). А это значит, что, если известен вектор перемещения, можно найти и координаты тела. Правда, для этого нужно знать еще начальные координаты.

Возникает вопрос: не равны ли друг другу модуль вектора перемещения и пройденный путь (и то и другое — скаляры)? Оказывается, что в общем случае — нет, не равны. Например, если тело из точки A пришло в точку B по траектории, представляющей собой половину окружности радиуса R, то пройденный телом путь $l = \pi R$, а модуль перемещения $|\vec{s}| = 2R$ (рис. 1, а). Если бы тело прошло не половину окружности, а сделало полный оборот (вторая половина траектории показана на рисунке 1, а штриховой линией), то путь был бы равен $2\pi R$, а модуль перемещения — нулю. Только в одном случае, когда траектория движения тела — прямая линия и тело движется по такой траектории в одном

[1] «Квант» — научно-популярный физико-математический журнал.

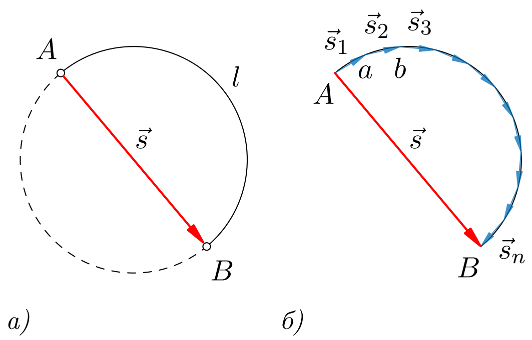

Рис. 1.

направлении, модуль перемещения и пройденный путь равны друг другу.

Тем не менее, существует простая связь между величинами перемещения и пройденного пути. Поясним ее на уже рассмотренном примере движения тела по полуокружности. Разобьем эту траекторию на малые участки 1, 2, 3 и т. д. (рис. 1, б). На участке 1 путь тела — это длина дуги Aa, а перемещение $\vec{s}_1$ по модулю равно длине хорды Aa. На участке 2 путь тела — это длина дуги ab, а модуль перемещения $\vec{s}_2$ — длина хорды ab и т. д. Можно сделать участки, на которые мы разбили траекторию, такими малыми, чтобы дуга участка мало отличалась от хорды. Тогда, как это видно из рисунка 1, б, вектор полного перемещения $\vec{s}$ равен сумме векторов элементарных перемещений $\vec{s}_1$, $\vec{s}_2$, $\vec{s}_3$ и т. д.:

$$\vec{s} = \vec{s}_1 + \vec{s}_2 + \vec{s}_3 + \ldots + \vec{s}_n,$$

а длина пути l равна алгебраической сумме модулей $|\vec{s}_1|$, $|\vec{s}_2|$, $|\vec{s}_3|$ и т. д. элементарных перемещений:

$$l = |\vec{s}_1| + |\vec{s}_2| + |\vec{s}_3| + \ldots + |\vec{s}_n|.$$