

Еще одна формула линзы

В. Ананта Нарайянан,
*Квант*¹, 1992, № 5, 59.

Как известно, линза — это прозрачное тело, ограниченное двумя преломляющими световые лучи поверхностями, — является одним из основных элементов любой оптической системы. Зная фокусное расстояние линзы и положение источника света, с помощью формулы линзы можно определить положение изображения источника.

Наиболее простой вид это соотношение имеет для тонкой сферической линзы, когда толщина линзы мала по сравнению с радиусами кривизны ее преломляющих поверхностей. Так, если d — расстояние от предмета до линзы, f — расстояние от линзы до изображения, а F — фокусное расстояние линзы, то справедливо соотношение

$$1/d + 1/f = 1/F.$$

Такой вид формулы линзы принадлежит Декарту (1596–1650).

Если обозначить a — расстояние от предмета до переднего фокуса линзы, а b — расстояние от изображения до заднего фокуса, то формулу линзы можно записать так:

$$ab = F^2.$$

Эта формула известна как формула Ньютона (1642–1727).

Вашему вниманию теперь предлагается еще одна формула, полученная автором заметки и имеющая тоже очень простой вид:

$$F = (AB)/(A - B).$$

¹ «Квант» — научно-популярный физико-математический журнал.

Здесь A — расстояние от предмета до точки на оптической оси, находящейся на двойном фокусном расстоянии перед линзой, а B — расстояние от изображения до точки, расположенной на двойном фокусном расстоянии за линзой.

Самое интересное, что все три формулы можно объединить в одну общую формулу, связывающую фокусное расстояние линзы и расстояния до предмета и изображения. Покажем это.

Измерение расстояний до предмета (A) и до изображения (B) из точек на главной оптической оси, которые есть целое (n) кратное фокусного расстояния линзы (F), приводит к следующему соотношению:

$$F^2(2n - n^2) - F(n - 1) \times \\ \times (A - B) + AB = 0. \quad (1)$$

Уравнение (1) можно получить через построение, например для случая, когда предмет находится за двойным фокусным расстоянием, а его действительное изображение находится между двойным фокусом и фокусом на главной оптической оси линзы. Теперь свяжем расстояния A и B с расстояниями, используемыми в формулах Декарта и Ньютона:

$$d = nf + A, \quad (2)$$

$$f = nF - B, \quad (3)$$

$$a = (n - 1)F + A, \quad (4)$$

$$b = (n - 1)F - B. \quad (5)$$

В уравнении (1) только при $n = 0, 1$ или 2 линейный или квадратичный члены элегантно упрощаются, приводя к изящной формуле.

Так, при $n = 0$ расстояния до предмета и изображения измеряются от линзы, что приводит к выражению

$$F = (AB)/(B - A).$$

Применив формулы (2) и (3), получим известную формулу Декарта

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{d} + \frac{1}{f}.$$

При подстановке $n = 1$ в уравнение (1) расстояния до предмета и изображения измеряются от фокуса. Упрощение и перестановка членов дают уравнение

$$F^2 = -AB.$$

Используя формулы (4) и (5), получим

формулу Ньютона

$$F^2 = ab.$$

Если в уравнение (1) подставить $n = 2$, то упомянутая «точка отсчета» сдвигается на двойное фокусное расстояние от линзы, что приводит к выражению

$$F = (AB)/(A - B),$$

которое и представляет собой новую формулу линзы.